ISSN: 2230-9926

Available online at http://www.journalijdr.com

IJDR

International Journal of Development Research
Vol. 11, Issue, 06, pp. 47559-47563, June, 2021
https://doi.org/10.37118/ijdr.22106.06.2021

RESEARCH ARTICLE OPEN ACCESS

UMA RELEITURA DA DEMONSTRAÇÃO DO QUADRADO DA HYPOTHENUSA DADA PELO DR. AUGUSTO TELLES

Enoque da Silva Reis*[1], Irene Magalhães Craveiro[2], Maycon Santos de Souza[3], Marcia A. Garcia Teixeira[4], Mariana Fabiane Garcia Travassos[5] and Queila Ribas de Souza[6]

[1]Pós Doutorando pela Universidade Federal da Grande Dourados. Doutor e Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal do Mato Grosso do Sul. Especialista em Estatística pela Universidade Federal de Lavras MG. Graduado em Matemática Licenciatura Plena com Ênfase em Ciências da Computação pela Universidade para o Desenvolvimento do Estado e da Região do Pantanal. Líder do Grupo de Estudo e Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar GEPHEME. Professor Adjunto da Universidade Federal de Rondônia; [2] Pós Doutora e Doutora em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas. Mestre em Ciências Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Graduada em Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Professora Adjunta na Universidade Federal da Grande Dourados; [3]Graduando em Matemática Licenciatura pela Universidade Federal de Rondônia; [4]Mestre em Matemática pela Universidade Federal da Grande Dourados. Especialista em Ensino da Matemática pela Universidade Federal da Grande Dourados. Graduada em Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul; [5]Mestre em Matemática pela Universidade Federal da Grande Dourados. Especialista em Formação de Profissionais da Educação, pela Universidade Federal da Grande Dourados; [6]Mestranda no Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Rondônia -Ji-Paraná. Especialista em Psicopedagogia Clínica e Institucional pela Faculdade São Braz e "O Ensino da Libras" - Faculdades Integradas Urubupungá. Graudada em Letras-Português-Inglês-Respectivas Literaturas pela Faculdade Integradas Urubupungá e em Pedagogia Licenciatura Plena pela Universidade São Marcos

ARTICLE INFO

Article History:
Received 06th March, 2021
Received in revised form
17th April, 2021
Accepted 26th May, 2021
Published online 20th June, 2021

Key Words:

Teorema de Pitágoras.
Triângulo Retângulo.
Augusto Telles.

Corresponding author: Enoque da Silva Reis,

ABSTRACT

O presente estudo traz em seu bojo uma releitura da demonstração do Teorema: ”A área do quadrado cujo lado é a hipotenusa de um triângulo é igual a soma das áreas dos quadrados que tem como lados cada um dos catetos”, conhecido também como teorema de Pitágoras, cuja identidade é c^2=a^2+b^2 , onde a, b e c são números positivos. Dado pelo brasileiro Augusto Telles e publicado na Revista de Engenharia em 10 de setembro de 1879. Como referencial teórico, apresenta-se alguns conceitos de ângulos, triângulos e retas. O movimento metodológico se deu de forma qualitativa com uma abordagem documental cujos objetos de estudo foram inicialmente a revista de engenharia e em particular, o artigo de autoria de Augusto Telles. Como resultado notou-se a existência de uma demonstração como base na geometria plana fazendo usodos triângulos retângulos.

Citation: Enoque da Silva Reis, Irene Magalhães Craveiro, Maicon Santos de Souza, Marcia A. Garcia Teixeira, Mariana Fabiane Garcia Travassos and Queila Ribas de Souza. 2021. “Uma releitura da demonstração do quadrado da hypothenusa dada pelo dr. augusto telles”, *International Journal of Development Research*, 11, (06), 47559-47563.

INTRODUCTION

Conforme as literaturas contemporâneas, o Teorema de Pitágoras pode ser enunciado da seguinte forma: dado um triângulo retângulo tem-se que o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos, tem inúmeras demonstrações, realizadas por diferentes personagens, e em diversos lugares do mundo. Destacou-se neste trabalho uma dessas inúmeras demonstrações, a do brasileiro Augusto Telles. Para melhor compreensão da demonstração aqui analisada, este artigo foi construído em três tópicos, o primeiro tratando do referencial teórico em que buscou-se elencar os elementos matemáticos essenciais para melhor compreensão da demonstração, em seguida anunciou-se o teorema e a demonstração de Augusto Telles, e por fim, a análise com a releitura que buscar detalhar passo a passo os elementos da demonstração.

Pitágoras e o teorema: O teorema de Pitágoras faz parte da vida escolar de qualquer estudante assim que se inicia o ensino Fundamental. Dada a sua importância e relevância, torna-se reconhecido e admirado por matemáticos por todo o mundo e é indiscutivelmente um dos teoremas fundamentais desta ciência, trazendo em seu escopo beleza e grandiosidade que o faz permear com aplicações em quase todas as áreas do conhecimento, tais como a ciências, Física, Química e geometria e se constitui como a base da trigonometria. Sua origem é discutível e poderia ser creditado a vários autores em diferentes ramos da matemática, porém, foi atribuída a Pitágoras. Pitágoras é sem dúvida um personagem importante da matemática, sua história e cercada de fascínio e mistério, a ele é associado o teorema que relaciona os lados de um triângulo retângulo que é universalmente conhecido pelo seu nome: Teorema de Pitágoras. Estematemático e filosofo , nasceu em Sarros a cerca 570 A.c , criado em uma família abastada e teve a oportunidade de viajar pelo Egito, Índia e Pérsia, onde estudou literatura, religião, filosofia e matemática. Acredita-se foram os egípcios que o tenham influenciado a estudar mais profundamente o conceito de teorema. Pitágoras fundou a celebre escola pitagórica e de acordo com a história, os pitagóricos almejavam entender a natureza dos números e nesta direção fizeram importantes descobertas no campo da aritmética, quase sempre com o auxílio de figuras geométricas.

O foco da escola era o estudo de religião, Filosofia, Política, Música, Astronomia e Matemática, os alunos eram divididos por etapas: Os ouvintes, cuja duração era cerca de três anos e os Matemáticos, alunos dos anos seguintes. A escola tinha como lema "TUDO É NÚMERO", o que demonstra a influência dos mesopotâmicos, e assim foram os pitagóricos que fizeram a primeira demonstração do teorema de Pitágoras que conhecemos. A primeira descrição do teorema de Pitágoras, foi:*"A área do quadrado cujo lado é a hipotenusa de um triangulo retângulo é igual a soma das áreas dos quadrados tem como lados cada um dos catetos."*(Lima, 2006,p.52). Atualmente inúmeros intelectuais das mais diversas áreas, assim como os da Matemática, procuram novas maneiras de demonstrar esse teorema. Destaque para o Professor de Matemática Elisha Scott Loomis, que era um admirador do teorema de Pitágoras e durante 20 anos, colecionou, agrupou e organizou demonstrações desse teorema e publicou um livro nomeado *"The PhytagoreanProposition"* ,(A Proposição de Pitágoras.(Tradução nossa)) em sua primeira edição em 1927,contou com 231 demonstrações e em 1940 na segunda edição, publicada após o falecimento do autor já possuía 370 demonstrações, uma contribuição das mais notáveis ao tema. Existem inúmeras demonstrações para o teorema de Pitágoras, citaremos algumas que possuemmaior notoriedade, mas sem nos ater as suas demonstrações, buscando apenas o cerne de suas ideais. Entre elas, destacamos a demonstração elaborada por Euclides, que usa o princípio de que duas figuras geométricas são iguais se possuírem a mesma área.

Em seu livro "Os Elementos", demonstrou duas proposições que podemos relacionar com o Teorema de Pitágoras. A primeira é a proposição 47 e a segunda 48, que estão escritas da seguinte forma: Em todo o triângulo retângulo o quadrado feito sobre o lado oposto ao ângulo reto, é igual aos quadrados formados sobre os outros lados, que fazem o mesmo ângulo reto. Já a segunda: Se o quadrado feito sobre um lado de um triângulo for igual aos quadrados dos outros dois lados, o ângulo compreendido por estes dois lados será reto. Segundo Lima(2012), a demonstração elaborada pelo presidente James Abram Garfield que foi presidente apenas por 4 meses, sendo assassinado durante o seu mandato, que rabiscou em seu gabinete é baseada na comparação entre áreas, que partiu de um trapézio retângulo, dividido em três triângulos retângulos, ou seja, a área do trapézio com bases *a,b* e altura *a+b* é igual à semissoma das bases vezes a altura. Que por outro lado, a mesma área é igual à soma das áreas de 3 triângulos retângulos.

Uma das mais inteligentes demonstrações do teorema de Pitágoras é a do matemático húngaro George Polya, seu raciocínio é fundamentado na conhecida proposição: "as áreas de duas figuras semelhantes estão entre si como o quadrado da razão de semelhança", ou seja,se as figuras construídas sobre os lados de um triângulo retângulo, independentes de sua forma geométrica, forem semelhantes, então o padrão pitagórico das áreas é satisfeito, isto é, a área da figura construída sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas das figuras construídas sobre os catetos. No livro de matemática chinês "Nove Capítulo da Arte Matemática", encontramos as soluções de Liu Hiu (270 D.C), um matemático do estado de CaoWei que viveu durante o período dos Três Reinos da História da China. O diagrama original foi perdido, mas o matemático GuGuanguang fez a reconstrução que ajuda entender a demonstração do teorema de Pitágoras, sendo considerada o mais antigo trabalho específico matemático da China.

Referencial Teórico

Para começar a demonstração foram necessárias algumas proposições primitivas e conceitos que a embasaram, são eles:

- Postulado da determinação da reta: dois pontos distintos determinam uma única (uma, e uma só) reta que passa por ela.
- Segmento de reta: dados dois pontos distintos, a reunião desses dois pontos com o conjunto dos pontos que estão entre eles é um segmento de reta.
- Semi-reta: dados dois pontos distintos A e B, a reunião do segmento de reta $\overline{AB}$ com o conjunto dos pontos X tais que B está entre A e X é a semi-reta AB (indicada por $\overrightarrow{AB}$).
- Retas paralelas: duas retas são paralelas se, e somente se, são coincidentes (iguais) ou são coplanares e não tem nenhum ponto em comum.
- Retas perpendiculares: duas retas são perpendiculares se, e somente se, são concorrentes e formam ângulos adjacentes suplementares congruentes.
- Ângulo: a reunião de duas semirretas de mesma origem, não contidas numa mesma reta.
- Triângulo: dados três pontos A, B e C não colineares, à reunião dos segmentos $\overline{AB}, \overline{AC}$ e $\overline{BC}$chama-se triângulo ABC. Triângulo retângulo: Se, e somente se, tem um ângulo reto.
- Quadrado: um quadrilátero plano convexo é um quadrado se, e somente se, possui os quatro ângulos congruentes e os quatro lados congruentes.

Além disso, seguem algumas propriedades, sendo elas:

1) Congruência de segmentos:

a) Reflexiva: todo segmento de reta é congruente a si mesmo: $\overline{AB} \equiv \overline{AB}$.
b) Simétrica: se $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$, então $\overline{CD} \equiv \overline{AB}$.
c) Transitiva: se $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$ e $\overline{CD} \equiv \overline{EF}, então$ $\overline{AB} \equiv \overline{EF}$.

2) Se dois ângulos são opostos pelo vértice, então eles são congruentes.

Quadrado da Hypothenusa por Dr. Augusto Telles: Inicialmente, destacamos alguns elementos históricos referentes ao objeto de disseminação de conhecimento ao qual encontrou-se a demonstração, referente a Revista de Engenharia que foi lançada no dia 16 de maio de 1879, sob a direção do engenheiro civil Francisco Picanço, como consta na imagem digitalizada de sua primeira edição.


REVISTA DE ENGENHARIA
ASSIGNATURAS
CORTE E PROVINCIAS
Trimestre . . . . 3$000
Avulso . . . . 1$000
PUBLICAÇÃO MENSAL
CORRESPONDENCIA
Remettida á rua Gonçalves Dias, 29, ou correio da côrte, caixa n. 41.
Sob a direcção do Engenheiro Civil FRANCISCO PICANÇO
Collaboradores:—Drs. Vieira Souto, André Rebouças, Augusto Telles, Americo dos Santos, Goffredo Taunay, J. Ewbank, José Rebouças, Augusto Fomm Junior, Gustavo da Silveira, Nerval de Gouveia, Antonio de Paula Freitas, Manoel Timotheo, J. L. Coelho, Horacio Antunes, V. Belfort, Araujo e Souza, etc.
Anno I Rio de Janeiro, 16 de Maio de 1879 N. 1

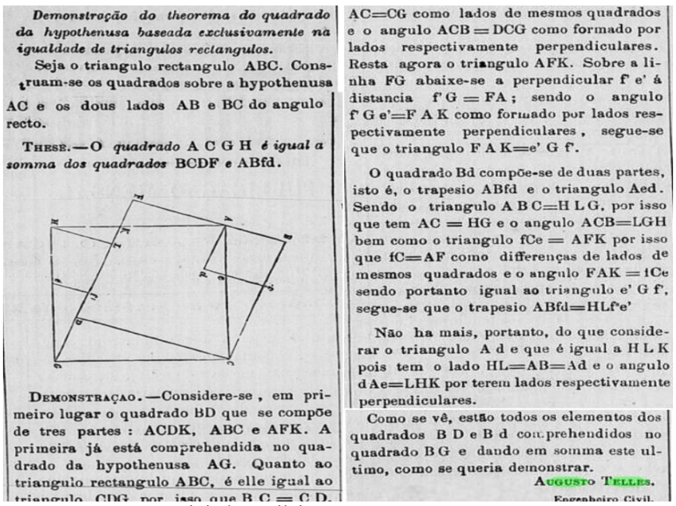
Fonte: Hemeroteca Digital Brasileira

Figura 1. Cabeçalho da primeira edição da Revista Engenharia 1879

Na lista dos seus colaboradores,aparecem os seguintes nomes: Vieira Souto, André Rebouças, Augusto Telles, Américo dos Santos, Goffredo Taunay, J. Ewbank, José Rebouças, Augusto Fomm Junior, Gustavo da Silveira, Nerval Gouveia, Antonio de Paula Freitas, Manoel Timotheo, J. L. Coelho, Horário Antunes, V. Belfort, Araújo e Souza. Todos identificados como doutores. A revista tinha como objetivo estudar as teorias matemáticas aplicadas as artes, não esquecendo as ciências físicas e naturais. A saber, seu primeiro volume foi publicado em 16 de maio de 1879 e o último em 28 de dezembro de 1891, tendo um total de 272 volumes. Nas palavras de seu proprietário e redator, o motivo da suspensão de suas publicações esteve diretamente ligado a provimentos financeiros:

> Ao encetarmos cada novo volume desta publicação advertíamos a nossos assinantes e leitores de que a regularidade com que ela aparecia resultava de sacrifício, que fazia seu proprietário e fundador, e era alimentada pela esperança de ver melhorados os recursos com que a própria empresa devia por si mesma contar.
> Com quanto o número de assinantes tivesse gradualmente crescido e a quantidade sempre crescentes de anúncios remetidos de Londres animassem até certo ponto a sustentar a publicação, a crise de custo de materiais e mão de obra se acentuou por tal forma nestes últimos meses, que nenhum alvitre mais razoável se apresenta senão suspender a mesma publicação até que nova organização ou qualquer outro meio permita sua continuação.
> O proprietário e redator da Revista tem, apesar do prejuízo (desembolso) de mais de uma dezena de contos de reis, satisfeito com toda a pontualidade as despesas desta empresa; entende, porém, que tendo quase centuplicado as despesas e estando a cambio a taxa tão baixa como atualmente, não tem o direito de agravar este prejuízo não pequeno, com que até ao presente tem arcado.
> Lamenta a resolução, mas não poderá deixar de suspender a publicação da Revista até quando se anunciar a reaparição desta.(Revista Engenharia número 272 folha 01, 1891)

Seu fundador e diretor foi o engenheiro civil Francisco Picanço que esteve à frente na direção e redação dela até a 7ª edição publicada em 15 de julho de 1880. Seu desligamento se deu por aceitar a nomeação de engenheiro residente da Estrada de Ferro de Baturite, passando então a direção e redação ao engenheiro José Américo dos Santos que ficou no cargo até a suspensão de suas publicações. Augusto Carlos da Silva Telles personagem que publicou a demonstração aqui analisada, nasceu na cidade de São Paulo em 1851 e foi professor catedrático na Escola Politécnica de São Paulo. Assim, temos neste tópico a imagem da demonstração dada por Augusto Carlos da Silva Telles e publicada na Revista de Engenharia em 10 de setembro de 1879, elemento este que serviu como base para esta análise.



Demonstração do theorema do quadrado da hypothenusa baseada exclusivamente na igualdade de triangulos rectangulos.

Seja o triangulo rectangulo ABC. Construam-se os quadrados sobre a hypothenusa AC e os dous lados AB e BC do angulo recto.

THESE.—*O quadrado* A C G H *é igual a somma dos quadrados* BCDF *e* ABfd.

DEMONSTRAÇAO.—Considere-se, em primeiro lugar o quadrado BD que se compõe de tres partes: ACDK, ABC e AFK. A primeira já está comprehendida no quadrado da hypothenusa AG. Quanto ao triangulo rectangulo ABC, é elle igual ao triangulo CDG por isso que B C = C D. AC=CG como lados de mesmos quadrados e o angulo ACB = DCG como formado por lados respectivamente perpendiculares. Resta agora o triangulo AFK. Sobre a linha FG abaixe-se a perpendicular f' e' á distancia f' G = FA; sendo o angulo f' G e'=F A K como formado por lados respectivamente perpendiculares, segue-se que o triangulo F A K=e' G f'.

O quadrado Bd compõe-se de duas partes, isto é, o trapesio ABfd e o triangulo Aed. Sendo o triangulo A B C=H L G, por isso que tem AC = HG e o angulo ACB=LGH bem como o triangulo fCe = AFK por isso que fC=AF como differenças de lados de mesmos quadrados e o angulo FAK = fCe sendo portanto igual ao triangulo e' G f', segue-se que o trapesio ABfd=HLf'e'

Não ha mais, portanto, do que considerar o triangulo A d e que é igual a H L K pois tem o lado HL=AB=Ad e o angulo dAe=LHK por terem lados respectivamente perpendiculares.

Como se vê, estão todos os elementos dos quadrados B D e B d comprehendidos no quadrado B G e dando em somma este ultimo, como se queria demonstrar.

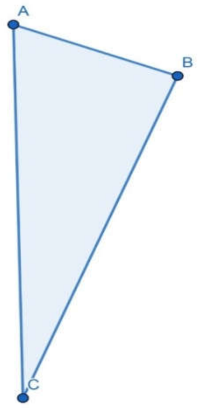
AUGUSTO TELLES.
Engenheiro Civil.

Fonte: Hemeroteca Digital Brasileira

Figura 2. Demonstração do Theorema do Quadrado da Hypothenusa

A partir da demonstração supracitada expõe-se elementos por elementos, a fim de melhor compreender a ideia proposta pelo Dr. Augusto Telles, essa ação encontra-se a seguir.

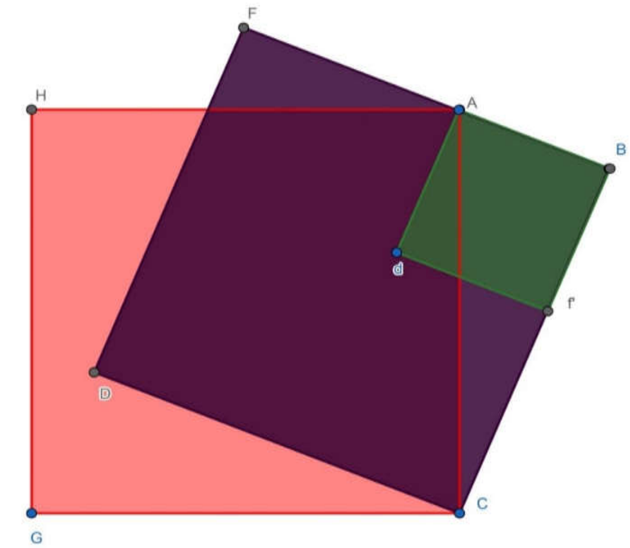
Análise: Antes de dar início a análise, é oportuno enfatizar que no momento da publicação deste exemplar da Revista de Engenharia, muitos matemáticos de diversos países, entre eles os que citamos como Euclides, Garfiel, Polya,Hiu, dentre outros, já haviam demonstrado tal teorema de modo original. Em particular, no Brasil havia sido demonstrado por Stockler, o primeiro diretor da Escola Militar Brasileira e por Benjamin Constant Botelho Magalhães além de Raymundo Teixeira Mendes. Sem mais delongas vamos a análise: Seja o triângulo retângulo $\Delta\, \boldsymbol{ABC}$. Conforme Paiva (2009, p.65), "triângulo retângulo é todo triângulo que possui um ângulo interno reto. Os lados do triângulo que formam esse ângulo reto são chamados de catetos, e o terceiro lado é a hipotenusa." Neste caso Telles iniciou sua demonstração justamente propondo a construção da figura base de sua tese.



Fonte: Autor

Figura 3. Construção do $\Delta\, ABC$

Construam-se os quadrados sobre a hipotenusa $\overline{AC}$ e os dois lados $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$. De acordo Dolce e Pompeo (2009, p.65) "um quadrilátero plano convexo é um quadrado se, e somente se, possui os quatro ângulos congruentes e os quatro lados congruentes." Desta maneira, segue a representação geométrica:



Fonte: Autor

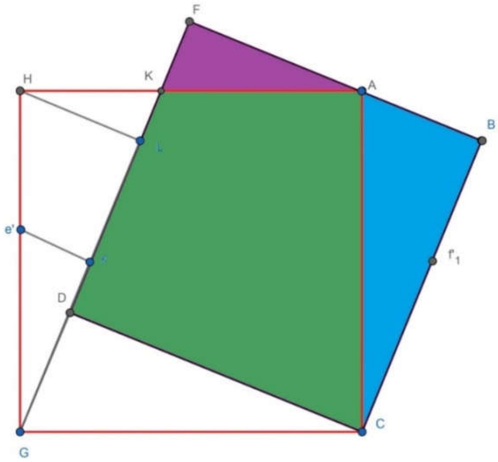
Figura 4. Construção dos quadrados sobre a hipotenusa e os catetos

Tese – O quadrado $\overline{ACGH}$ é igual à soma dos quadrados $\overline{BCDF}$ e $\overline{ABfd}$.

Demonstração: Para esta demonstração foram divididos os quadrados dos catetos para mostrar, por meio de igualdade de triângulos retângulos, que estas áreas estão compreendidas dentro do quadrado do maior lado do triângulo, a hipotenusa.

$$\overline{BCDF} = \overline{ACDK} + \overline{AFK} + \overline{ABC}$$

Teve início a demonstração dividindo o quadrado $\overline{BCDF}$, o quadrado do cateto maior, em três partes: o quadrilátero $\overline{ACDK}$, o triângulo retângulo $\overline{AFK}$ e o triângulo retângulo $\overline{ABC}$. E, para auxiliar posteriormente, sobre a linha $\overline{FG}$ abaixa-se a perpendicular $\overline{HL}$ e a perpendicular $\overline{f'e'}$ à distância $\overline{f'G} = \overline{FA}$.



Fonte: Autor

Figura 5. Divisão do quadrado $\overline{BCDF}$ em três polígonos

Feito isso, se observa que a área do quadrilátero $\overline{ACDK}$ já está dentro do quadrado da hipotenusa. Assim sendo, restam os triângulos retângulos.

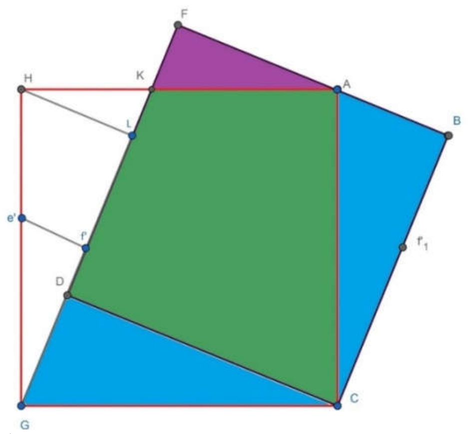
$\overline{ABC} = \overline{CDG}$

Voltando-se o olhar para o triângulo $\overline{ABC}$, o mesmo não consta inserido no maior quadrado. Aqui utilizou-se o seguinte caso de congruência: "dois triângulos são congruentes quando possuem dois lados correspondentes e os ângulos formados por eles congruentes" (JÚNIOR, 2014, p. 19). Este caso indica que se dois triângulos têm dois lados ordenadamente congruentes e também o ângulo entre estes dois lados, então o lado restante e os dois ângulos também são congruentes.

Então:

a) $\overline{BC} = \overline{CD}$ por serem dois lados de um mesmo quadrado
b) $\overline{AC} = \overline{CG}$ por serem dois lados de um mesmo quadrado
c) $A\hat{C}G = B\hat{C}D = 90º$

É possível subdividir o ângulo $A\hat{C}G$ em dois outros ângulos: $D\hat{C}G \ e \ A\hat{C}D$, e da mesma forma com o ângulo $B\hat{C}D$: $A\hat{C}B \ e \ A\hat{C}D$. Substituindo tem-se que $D\hat{C}G + A\hat{C}D = A\hat{C}B + A\hat{C}D \therefore D\hat{C}G = A\hat{C}B$
Sendo assim, obtém-se dois lados e um ângulo iguais e, por consequência, $\overline{ABC} = \overline{CDG}$.

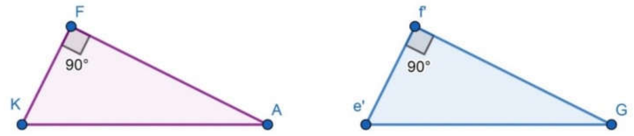


Fonte: Autor

Figura 06. Demonstração da igualdade dos triângulos $\Delta\, ABC$ e $\Delta\, CDG$

$\overline{AFK} = \overline{e'f'G}$

Para uma melhor visualização, girou-se o triângulo $e'f'G$. E como prova de congruência utilizou-se desta vez o caso que diz: dois triângulos são congruentes quando possuem dois ângulos congruentes e o lado entre os ângulos congruentes.



Fonte: Autor

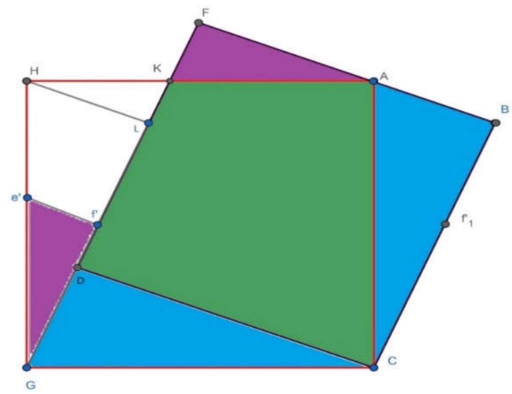
Figura 7. $\Delta\, AFK$ e $\Delta\, e'f'G$.

a) $\overline{f'G} = \overline{FA}$
b) $A\hat{F}K = e'\hat{f}'G = 90º$

Conforme Pinho et. al (2014, p. 85) "a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º". Se tratando de um triângulo retângulo, tem-se então que a soma dos dois outros ângulos é igual a 90º. E também, sendo $\overline{GC}$ e $\overline{AH}$ paralelas e cruzadas pela transversal $\overline{FG}$, que $C\hat{G}D$ e $A\hat{K}F$ são ângulos correspondentes. Diante disto:

c) $A\hat{K}F + F\hat{A}K = C\hat{G}D + e'\hat{G}f' = 90º$
$C\hat{G}D = A\hat{K}F \therefore e'\hat{G}f' = F\hat{A}K$

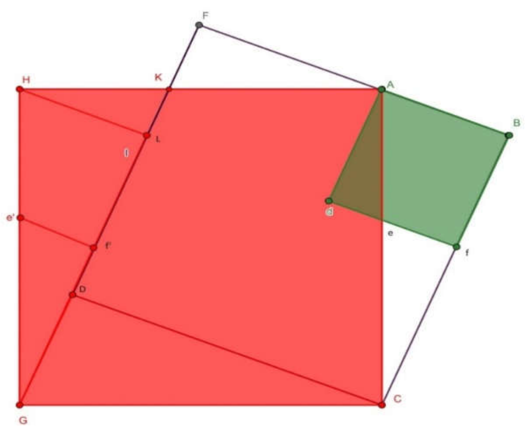
Sendo assim, tem-se dois ângulos e o lado entre eles iguais, e por consequência, $\overline{AFK} = \overline{e'f'G}$.



Fonte: Autor

Figura 8. Demonstração da igualdade dos triângulos $\Delta\, AFK$ e $\Delta\, e'f'G$.

Desta forma, demonstrou-se que toda a área do quadrado do cateto $\overline{BC}$ está compreendida também dentro do quadrado da hipotenusa. Resta agora o quadrado do cateto $\overline{AB}$.



Fonte: Autor

Figura 9. A divisão do quadrado do cateto $\overline{AB}$ em duas partes

Aqui dividiu-se o quadrado do cateto $\overline{AB}$ em duas partes: o trapézio $\overline{ABef}$ e o triângulo retângulo $\overline{Ade}$.

3. $\overline{ABef} = \overline{HLe'f'}$

Para tal, utilizou-se a diferença de áreas dos triângulos retângulos $\overline{ABC}$ e $\overline{efC}$ para definir a área do trapézio $\overline{ABef}$ e a congruência das mesmas com as áreas das figuras $\overline{HLG}$, $\overline{e'f'G}$ e $\overline{HLe'f'}$.

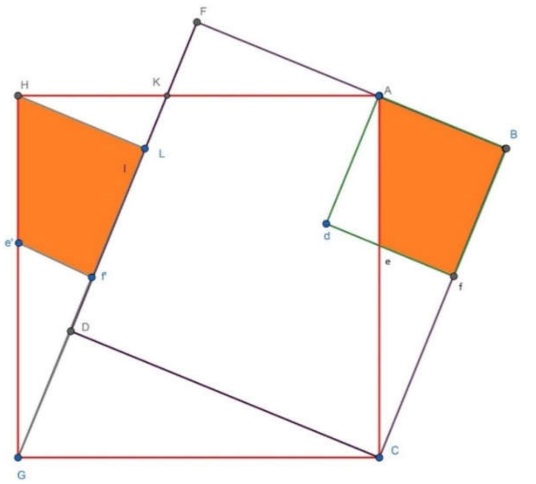
a) $\overline{AC} = \overline{AG}$, pois são lados de um mesmo quadrado.
b) $H\hat{L}G = A\hat{B}C = 90º$
c) $L\hat{G}H = A\hat{C}B$, pois de acordo com Pinho et. al (2014, p. 85) "se dois ângulos quaisquer possuem os dois lados respectivamente paralelos ou os dois lados respectivamente perpendiculares, então eles são congruentes ou são suplementares."

Conforme "se dois triângulos têm ordenadamente congruentes um, lado, um ângulo adjacente e o ângulo oposto a esse lado, então esses triângulos são congruentes". Logo, tem-se que $\overline{ABC} = \overline{HLG}$.

Prosseguindo, verificou-se que:

d) $\overline{fC} = \overline{AF}$, por terem a mesma diferença de lados dos mesmos quadrados
e) $A\hat{F}K = e\hat{C}F = 90^o$
f) $F\hat{A}K = f\hat{C}e$, utilizando o mesmo princípio de lados respectivamente paralelos.

Analisando estes dados, certificou-se que $\overline{efC} = \overline{AFK} = \overline{e'f'G}$. E, por consequência, $\overline{ABfd} = \overline{HLe'f'}$



Fonte: Autor

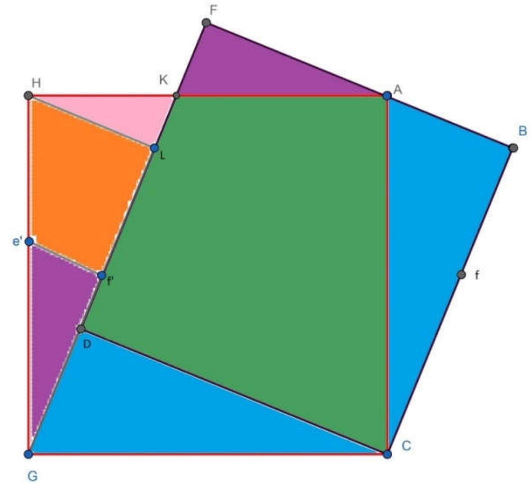
Figura 10. Demonstração da igualdade dos trapézios $\overline{ABfd}$ e $\overline{HLe'f'}$

Ao voltar o olhar para a área do triângulo restante $\overline{Aed}$, notou-se que a área está compreendida no quadrado da hipotenusa. Porém, a mesma área já está ocupada pelo quadrilátero $\overline{ACDK}$, pertencente ao quadrado do cateto $\overline{BC}$. Verificou-se também que a única área restante para completar a área do quadrado da hipotenusa é o triângulo retângulo $\overline{HLK}$. Assim, nesta última parte pretendeu-se demonstrar que o triângulo $\overline{Aed}$ corresponde justamente a referida área.

4. $\overline{Aed} = \overline{HLK}$

a) $\overline{HL} = \overline{AB}$, uma vez que $\overline{ABC} = \overline{HLG}$. Por ser um quadrado $\overline{AB} = \overline{Ad}$, e por transição chegou-se à conclusão que $\overline{HL} = \overline{Ad}$.
b) d$\hat{A}$e = L$\hat{H}$K, por terem lados respectivamente perpendiculares.
c) A$\hat{d}$e = H$\hat{L}$K = 90º

Desta forma, novamente dois ângulos congruentes e o lado entre os ângulos congruentes. Finalizou-se assim, a demonstração com a congruência dos triângulos $\overline{Ade}$ e $\overline{HLK}$.



Fonte: Autor

Figura 11. Demonstração da igualdade dos triângulos $\overline{Ade}$ e $\overline{HLK}$

Considerações Finais

Conforme exposto em detalhes, a demonstração de Augusto Telles fazendo uso somente da geometria plana, em particular triângulos retângulos podem ser subdivididos em 11 figuras para melhor compreensão, notou-se que a utilização de imagem facilita o entendimento dos passos a serem seguidos ao realizar a demonstração. Em suma, a maestria utilizada por este professor da Escola Politécnica de São Paulo em demonstrar esse tão famoso teorema, entrou para o*roul* das demonstrações matemáticas e seu nome foi inserido como quarto brasileiro a demonstrar tal teorema.

REFERÊNCIAS

ALENCAR F, E.Iniciação a lógica Matemática. São Paulo: Nobel, 203p., 1986.

DOLCE, O. & POMPERO, J. N. Fundamentos da Matemática Elementar: volume 9 –Geometria plana. 7ª ed. São Paulo: Atual,1993.

GERÔNIMO J.R. & FRANCO, V.S. Fundamentos de Matemática. Editora da UEM. Maringá PR,2006.

JÚNIOR, F.D. Trigonometria no triângulo retângulo e aplicações. Campina Grande. Recuperado em <http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/4646/1/PDF%20-%20Francisco%20Diniz%20J%c3%banior.pdf> Acesso em: 11 dez. 2019.

LIMA, E.L. Meu Professor de Matemática e outras histórias. 6 ed. Rio de Janeiro: SBM,2012.

PAIVA, M. Matemática Paiva: volume 1. São Paulo: Moderna,2009.

PINHO, J. L. R.; BATISTA, E.& CARVALHO, N. T. B.Geometria I. 2ª edição.Florianópolis: EAD/UFSC/CED/ CFM,2010. Recuperado em https://mtmgrad.paginas.ufsc.br/ files/2014/04/ Geometria-I.pdf Acesso em: 11 dez. 2019.

****